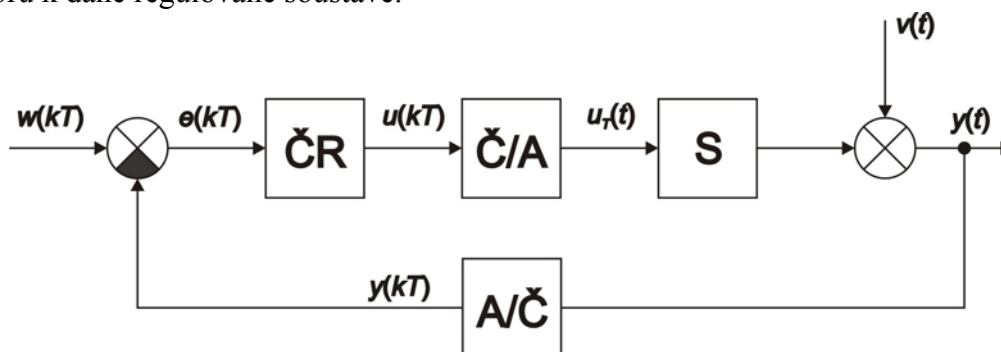


7 Kvalita regulačního pochodu diskrétních regulačních obvodů

Obsahem této kapitoly je seznámení se s pojmy týkajícími se kvality regulace diskrétních regulačních obvodů (obr. 7. 1), která má přímou souvislost s návrhem regulátorů k dané regulované soustavě.



Obr. 7. 1 Diskrétní regulační obvod

Dosažení a udržení určité kvality regulace je po zajištění stability tím nejdůležitějším úkolem návrhu regulačního obvodu. Cíl regulace (7. 1), (7. 2) je možno zajistit s určitou kvalitou za předpokladu, že regulační obvod je stabilní.

$$e(kT) \rightarrow 0 \hat{=} E(z) \rightarrow 0 \quad (7. 1)$$

$$y(kT) \rightarrow w(kT) \hat{=} Y(z) \rightarrow W(z) \quad (7. 2)$$

Kvalita regulace se posuzuje ve třech oblastech:

- oblast komplexní proměnné – rozložení pólů,
- časová oblast – časové charakteristiky (přechodové, impulsní atd.),
- kmitočtová oblast – kmitočtové charakteristiky (amplitudofázové, logaritmické atd.).

Kvalita regulace se nejčastěji posuzuje v časové oblasti, tedy dle průběhu přechodové charakteristiky v závislosti na čase a také v oblasti komplexní proměnné, kdy nás zajímá rozložení pólů charakteristického mnohočlenu.

Kvalitu regulace dále vyjadřuje existence či neexistence trvalé regulační odchylky.

7.1 Časová oblast

Kvalitu regulačního pochodu v časové oblasti posuzujeme na základě průběhu regulované veličiny $y(t)$ v závislosti na čase vyvolaného skokovou změnou (polohy) žádané veličiny $w(kT)$ (obr. 7. 5) nebo poruchové veličiny $v(t)$.

Obecně můžeme považovat vstupní skokové změny za jednotkové, tedy ve tvaru diskrétního Heavisideova jednotkového skoku $\eta(kT)$.

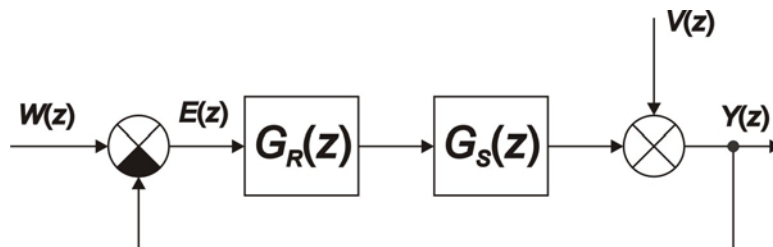
Při současném působení žádané veličiny $w(kT)$ a poruchové veličiny $v(t)$ se průběhy výstupních veličin liší v označení a jsou rozlišeny pomocí indexů a platí

$$y(t) = y_w(t) + y_v(t), \text{ resp. } y(kT) = y_w(kT) + y_v(kT) \quad (7. 3)$$

kde $y_w(t)$, resp. $y_w(kT)$ je odezva na žádanou veličinu $w(kT)$ při $v(t) = 0$ a $y_v(t)$, resp. $y_v(kT)$ je odezva na poruchovou veličinu $v(t)$ při $w(kT) = 0$.

Při vykreslování časových průběhů budeme předpokládat vždy spojité průběhy, při analytických výpočtech regulačních odchylek a dalších kvalitativních parametrů budeme vycházet z obr. 7. 2, tj. budeme předpokládat diskretizovaný přenos regulované soustavy ve tvaru

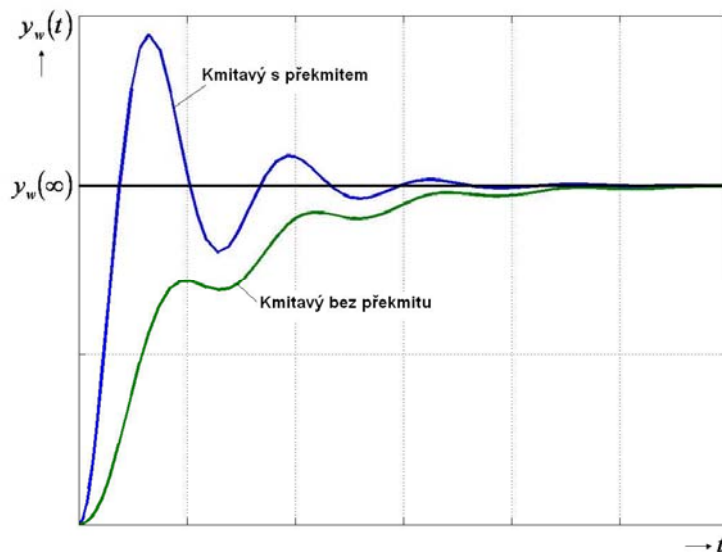
$$G_s(s) \rightarrow G_s(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{G_s(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right\} \quad (7.4)$$



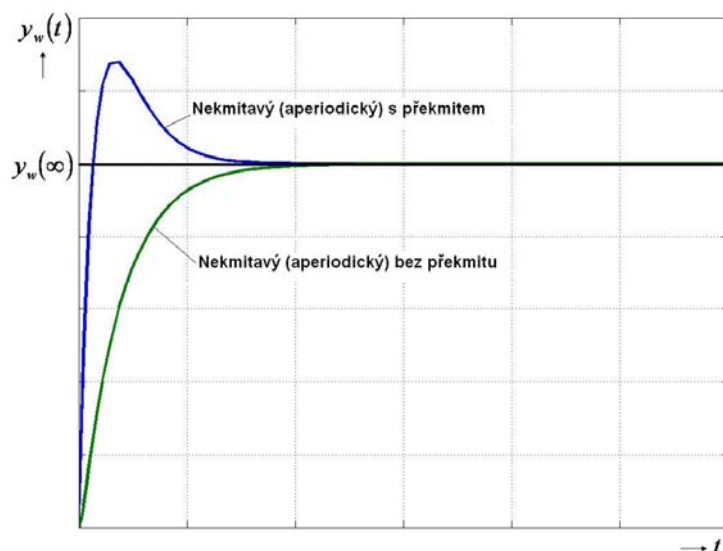
Obr. 7. 2 Jednorozměrový diskrétní lineární regulační obvod

Průběh regulované veličiny můžeme rozdělit:

- Kmitavý (obr. 7. 3):
 - s překmitem,
 - bez překmitu.
- Nekmitavý (aperiodický) (obr. 7. 4):
 - s překmitem,
 - bez překmitu.

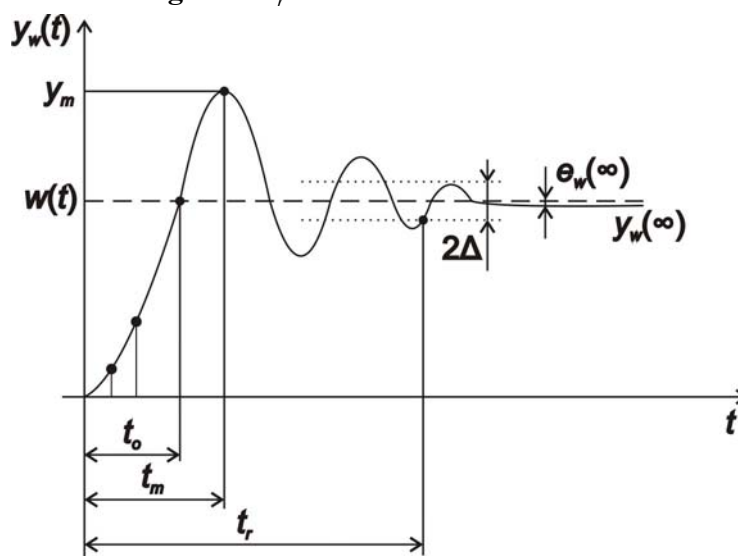


Obr. 7. 3 Typy průběhů regulované veličiny – kmitavé



Obr. 7. 4 Typy průběhů regulované veličiny – nekmitavé (aperiodické)

Nyní se můžeme zaměřit na vyhodnocení samotného průběhu regulované veličiny obr. 7. 5 a její popis. Na tomto průběhu nás zajímají hlavně parametry, jimiž jsou **relativní překmit** κ a samotná **doba regulace** t_r .



Obr. 7. 5 Průběh regulované veličiny

Značení veličin dle obr. 7. 5:

- t_o – doba odezvy (první dosažení žádané veličiny),
- t_m – doba dosažení maximální hodnoty regulované veličiny y_m ,
- t_r – doba regulace,
- y_m – maximální hodnota regulované veličiny,
- $w(t)$ – žádaná veličina,
- $y_w(\infty)$ – ustálená hodnota regulované veličiny,
- $e_w(\infty)$ – trvalá regulační odchylka ($|e_w(\infty)| = |w(\infty) - y_w(\infty)|$),
- 2Δ – pásmo regulace ($\Delta = 0,02 \div 0,05$, neměla by překročit 5 % $y_w(\infty)$).

Relativní překmit κ průběhu regulované veličiny určíme dle vztahu

$$\kappa = \frac{y_m(t_m) - y_w(\infty)}{y_w(\infty)} \cdot 100 \quad [\%] \quad (7.5)$$

Doba regulace t_r – je čas, kdy se regulovaná veličina $y_w(t)$ dostane do regulačního pásma 2Δ a už jej neopustí.

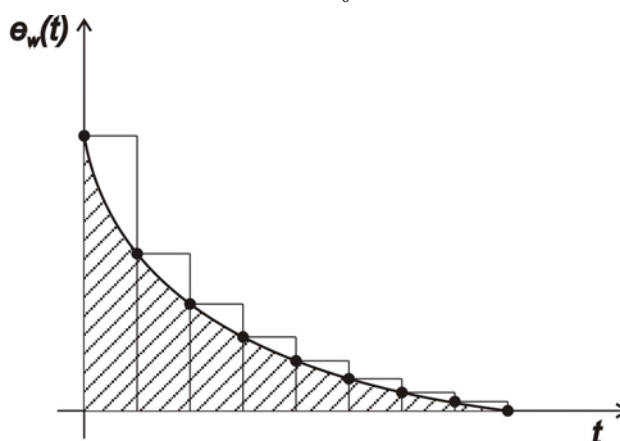
7.1.1 Sumační kritéria

Pro komplexní zhodnocení kvality regulačního pochodu jsou vhodná **sumační kritéria**. Sumační kritéria hodnocení kvality regulace se nejčastěji definují s lineární nebo kvadratickou závislostí na regulační odchylce. Tato kritéria jsou označována jako kritéria lineární nebo kvadratické regulační plochy. Posouzení kvality regulačního pochodu se vyhodnocuje na základě regulační plochy (dále v obrazech vyšrafovaná). Čím je tato regulační plocha menší, tím je kvalita regulace vyšší. Popsány budou čtyři sumační kritéria.

1. Lineární regulační plocha – IE

Jedná se o základní kritérium. Pro toto kritérium je nutné, aby se jednalo o nekmitavý průběh. Jinak dojdeme k závěru, že regulační plocha je minimální, jestliže se plochy pod kladnými a zápornými půlvlnami odečtou, k čemuž dochází při kmitavém průběhu na mezi stability.

$$S_{IE} = T \sum_{i=0}^{\infty} e_w(iT) \approx I_{IE} = \int_0^{\infty} e_w(t) dt \quad (7.6)$$



Obr. 7. 6 Lineární regulační plocha – IE

Kritérium je velmi snadno analyticky řešitelné dle vztahů

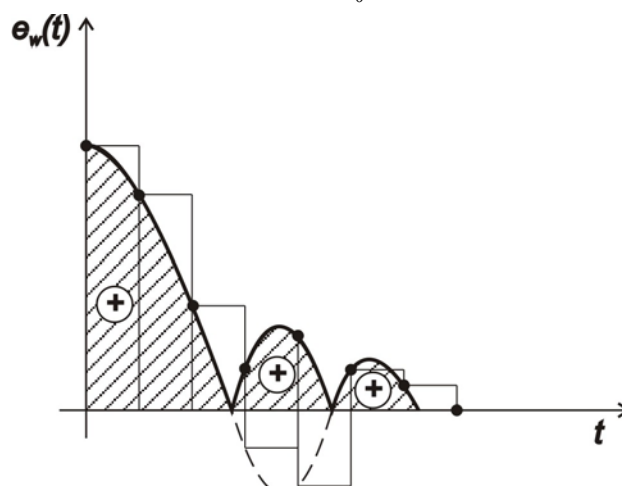
$$E(z) = \sum_{k=0}^{\infty} e_w(kT) z^{-k} \quad (7.7)$$

$$S_{IE} = T \lim_{z \rightarrow 1} E(z) = T \sum_{k=0}^{\infty} e_w(kT) \quad (7.8)$$

2. Absolutní regulační plocha – IAE

Nedostatky kritéria IE odstraňuje kritérium IAE výpočtem integrálu z absolutní hodnoty regulační odchylky. Toto kritérium je tedy vhodné i pro kmitavé procesy. Hodnotu regulační plochy nejsme schopni určit analyticky. Důvodem je, že v bodech ve kterých $e_w(t)$ mění své znaménko, neexistuje derivace.

$$S_{IAE} = T \sum_{i=0}^{\infty} |e_w(iT)| \approx I_{IAE} = \int_0^{\infty} |e_w(t)| dt \quad (7.9)$$

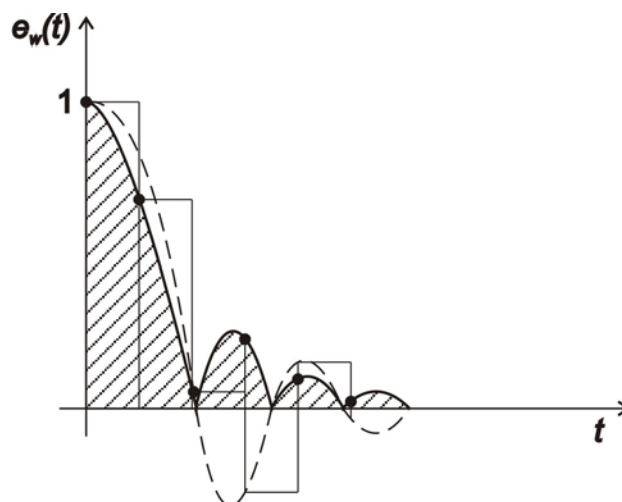


Obr. 7.7 Absolutní regulační plocha – IAE

3. Kvadratická regulační plocha – ISE

Kritérium ISE je vhodné jak pro kmitavé tak i nekmitavé regulační pochody. Regulační plochu je možno určit analyticky, ale výsledný průběh regulované veličiny je kmitavý.

$$S_{ISE} = T \sum_{i=0}^{\infty} e_w^2(iT) \approx I_{ISE} = \int_0^{\infty} e_w^2(t) dt \quad (7.10)$$



Obr. 7.8 Kvadratická regulační plocha – ISE

4. ITAE

Předešlá kritéria nebrala v úvahu dobu regulace. U kritéria ITAE dochází díky zahrnutí času jak minimalizaci regulační plochy, tak minimalizaci doby regulace t_r . Regulační plochu nejsme schopni určit analyticky, ale pouze simulačně.

$$S_{ITAE} = T \sum_{i=0}^{\infty} iT |e_w(iT)| \approx I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t |e_w(t)| dt \quad (7.11)$$

7.1.2 Trvalé regulační odchylky

Jedním z parametrů vyjadřujících kvalitu regulace je existence či neexistence trvalých regulačních odchylek. Trvalá regulační odchylka může nabývat hodnot tab. 7. 1.

Tab. 7. 1 Hodnoty trvalých regulačních odchylek

| | |
|----------------------|---|
| $e(\infty) = 0$ | Žádoucí |
| $e(\infty) = konst$ | Zvláštní pozornost při nastavování regulátoru |
| $e(\infty) = \infty$ | Nutná změna typu regulátoru |

Odezva regulačního obvodu na skokovou změnu žádané veličiny $w(kT)$ a poruchové veličiny $v(t)$ působící na výstupu regulované soustavy s nulovými trvalými regulačními odchylkami je zobrazen na obr. 7. 9. Tento průběh odpovídá stavu, kdy otevřený regulační obvod obsahuje alespoň jeden sumační člen.

Počet sumačních členů v otevřeném regulačním obvodu označujeme jako **stupeň astatismu** q . Sumační člen může být obsažen jak v soustavě tak v regulátoru.

Stupeň astatismu můžeme také definovat jako nejvyšší mocninu $(z-1)$, kterou můžeme vytknout ze jmenovatele přenosu otevřeného regulačního obvodu $G_o(z)$, tedy

$$G_o(z) = \frac{M(z)}{(z-1)^q N(z)} \quad (7. 12)$$

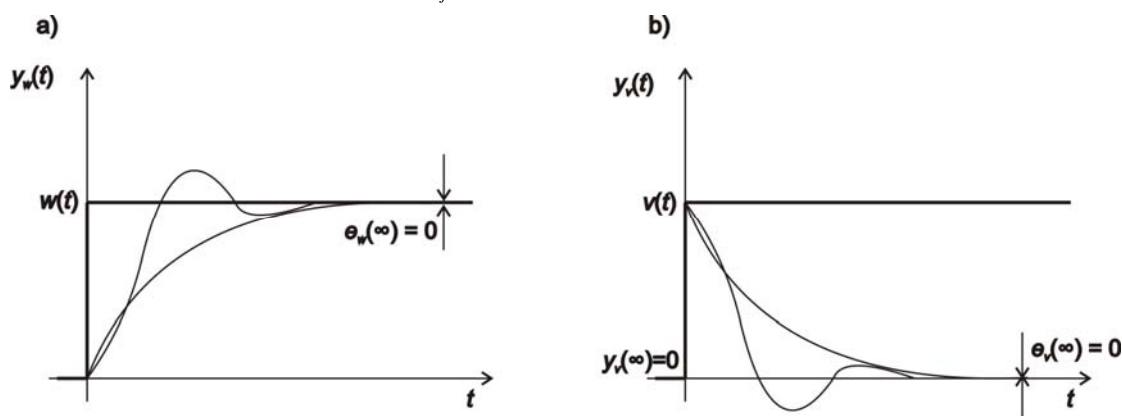
Pro

$$G_{wy}(z) = \frac{b_m z^m + \dots + b_0}{a_n z^n + \dots + a_0} \quad (7. 13)$$

platí

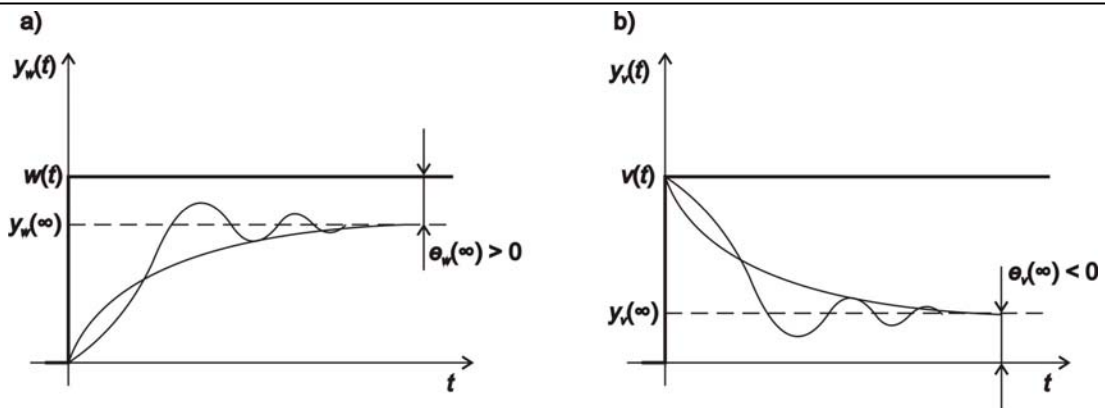
$$\sum_{i=0}^n a_i \neq \sum_{j=0}^m b_j \Rightarrow q = 0$$

$$\sum_{i=0}^n a_i = \sum_{j=0}^m b_j \Rightarrow q \geq 1 \quad (7. 14)$$



Obr. 7. 9 Odezvy regulačního obvodu na skokové změny: a) žádané veličiny, b) poruchové veličiny působící na výstupu regulované soustavy s nulovými trvalými regulačními odchylkami

Odezva regulačního obvodu s trvalými regulačními odchylkami je na obr. 7. 10. Tento průběh odpovídá stavu, kdy otevřený regulační obvod neobsahuje ani jeden sumační člen a tedy stupeň astatismu je $q = 0$.



Obr. 7. 10 Odezvy regulačního obvodu na skokové změny: a) žádané veličiny, b) poruchové veličiny působící na výstupu regulované soustavy s nenulovými trvalými regulačními odchylkami

Trvalé regulační odchylky můžeme snadno určit. Vycházet budeme ze vztahu

$$E(z) = \underbrace{G_{we}(z)}_{E_w(z)} W(z) + \underbrace{G_{ve}(z)}_{E_v(z)} V(z) \quad (7. 15)$$

kde $G_{we}(z)$ je odchylkový přenos řízení, $G_{ve}(z)$ je odchylkový přenos poruchy, $W(z)$ je obraz žádané veličiny a $V(z)$ obraz poruchové veličiny.

Nyní můžeme určit samotné regulační odchylky.

Trvalá regulační odchylka

$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z) \quad (7. 16)$$

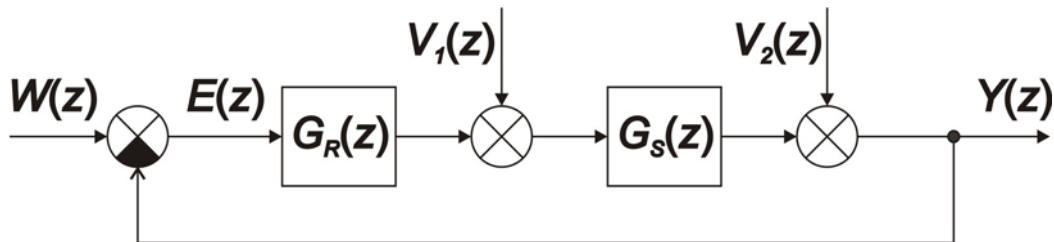
Trvalá regulační odchylka způsobená žádanou veličinou

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)E_w(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)G_{we}(z)W(z)] \quad (7. 17)$$

Trvalá regulační odchylka způsobená poruchovou veličinou

$$e_v(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)E_v(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)G_{ve}(z)V(z)] \quad (7. 18)$$

V případě výpočtu trvalé regulační odchylky poruchové veličiny je třeba rozlišit, zda porucha vstupuje před soustavou V_1 nebo porucha působí za soustavou V_2 (obr. 7. 11).



Obr. 7. 11 Regulační obvod – porucha vstupující před a za soustavou

$$G_{we}(z) = \frac{1}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{1}{1 + G_o(z)} \quad (7. 19)$$

$$G_{v1e}(z) = \frac{-G_S(z)}{1 + G_R(z)G_S(z)} \quad (7. 20)$$

$$G_{v2e}(z) = \frac{-1}{1 + G_R(z)G_S(z)}; \quad G_{v2e}(z) = -G_{we}(z) \quad (7. 21)$$

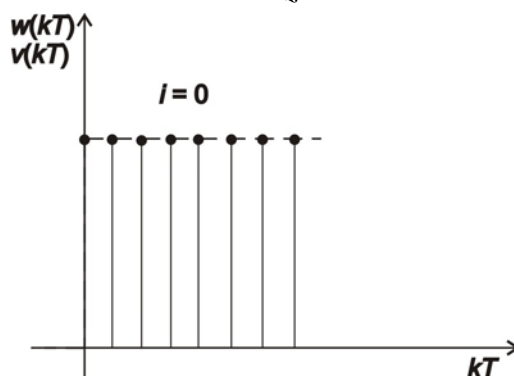
Pro stanovení trvalých regulačních odchylek se používají tzv. **testovací signály**.

$$\begin{aligned} w(kT) &= w_i(kT)^i \\ v(kT) &= v_i(kT)^i \end{aligned} \quad (7.22)$$

1. Skok polohy ($i = 0$)

Jedná se o signál ve tvaru diskrétního Heavisideova skoku $\eta(kT)$. Testovací signál je definován vztahem

$$\begin{aligned} w(kT) &= w_0 \eta(kT) \hat{=} W(z) = \frac{z}{z-1} w_0 \\ v(kT) &= v_0 \eta(kT) \hat{=} V(z) = \frac{z}{z-1} v_0 \end{aligned} \quad (7.23)$$

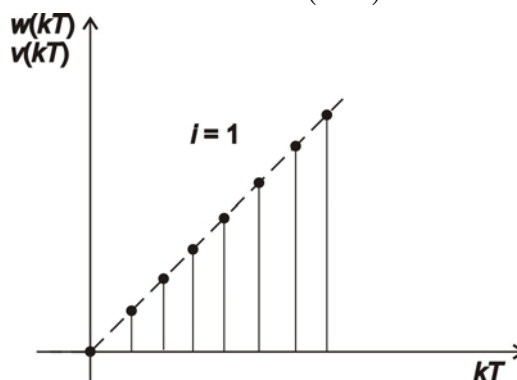


Obr. 7.12 Testovací signál – skok polohy

2. Skok rychlosti ($i = 1$)

Testovací signál je definován vztahem

$$\begin{aligned} w(kT) &= w_1 \cdot kT \cdot \eta(kT) \hat{=} W(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2} w_1 \\ v(kT) &= v_1 \cdot kT \cdot \eta(kT) \hat{=} V(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2} v_1 \end{aligned} \quad (7.24)$$



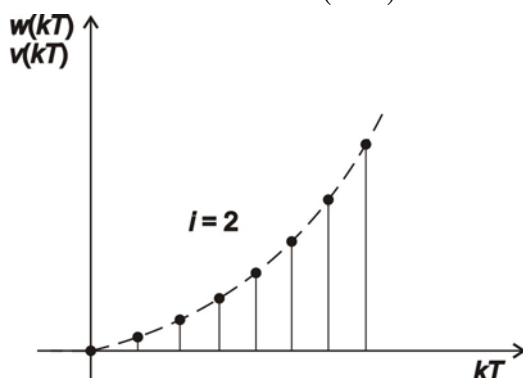
Obr. 7.13 Testovací signál – skok rychlosti

3. Skok zrychlení ($i = 2$)

Testovací signál je definován vztahem

$$w(kT) = w_2(kT)^2 \eta(kT) \triangleq W(z) = \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3} w_2 \quad (7.25)$$

$$w(kT) = w_2(kT)^2 \eta(kT) \triangleq V(z) = \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3} v_2$$



Obr. 7.14 Testovací signál – skok zrychlení

Obecně můžeme napsat obraz žádané veličiny ve tvaru

$$W(z) = \frac{D_i(z)w_i}{(z-1)^{i+1}} \quad (7.26)$$

kde

$$D_0(z) = 1,$$

$$D_1(z) = Tz,$$

$$D_2(z) = T^2 z(z+1)$$

Pro přenos otevřeného regulačního obvodu platí vztah

$$G_o(z) \frac{k_0 T^q}{(z-1)^q} G_1(z) \quad (7.27)$$

kde

$$\lim_{z \rightarrow 1} G_1(z) = 1$$

Pak pro odchylový přenos řízení (7.19) platí

$$G_{we}(z) = \frac{1}{1 + G_o(z)} = \frac{(z-1)^q}{(z-1)^q + k_0 T^q G_1(z)} \quad (7.28)$$

Vztahy (7.26) a (7.28) dosadíme do (7.17) a dostaneme

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{(z-1)^{q-i-1} D_i(z)w_i}{(z-1)^q + k_0 T^q G_1(z)} \quad (7.29)$$

Ze vztahu (7.29) tedy vyplývá

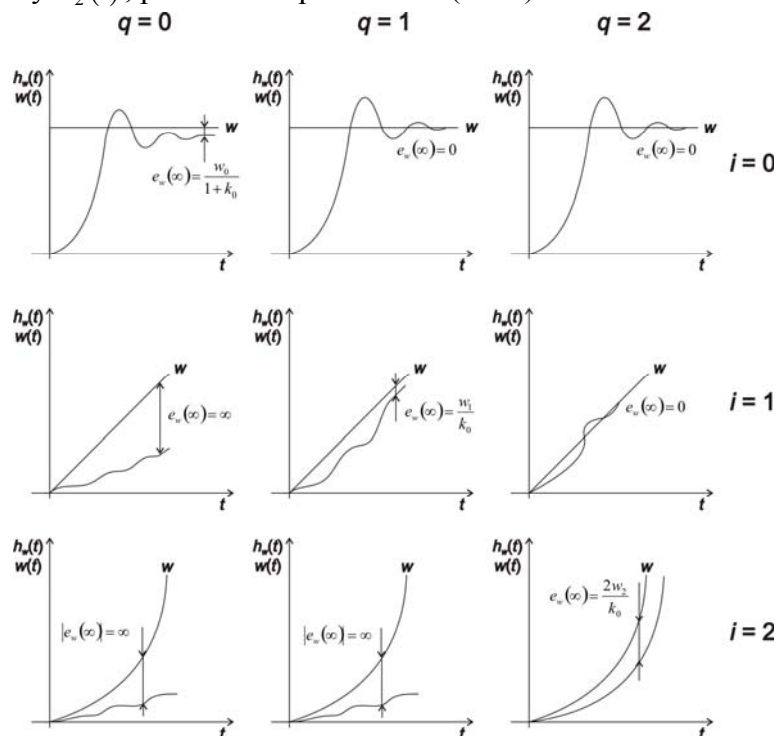
$$\begin{aligned}
 0 \leq i < q : e_w(\infty) &= 0 \\
 i > q \geq 0 : |e_w(\infty)| &= \infty \\
 0 = i = q : e_w(\infty) &= \frac{w_0}{1+k_0} \\
 1 = i = q : e_w(\infty) &= \frac{w_1}{k_0} \\
 2 = i = q : e_w(\infty) &= \frac{2w_2}{k_0}
 \end{aligned} \tag{7.30}$$

kde

q – stupeň astatismu (typ regulačního obvodu),

k_0 – zesílení přenosu otevřeného regulačního obvodu $G_o(z)$.

Podobné vztahy budou platit i pro regulační odchylku způsobenou poruchou na výstupu regulované soustavy $v_2(t)$, pokud bude platit vztah (7.21).



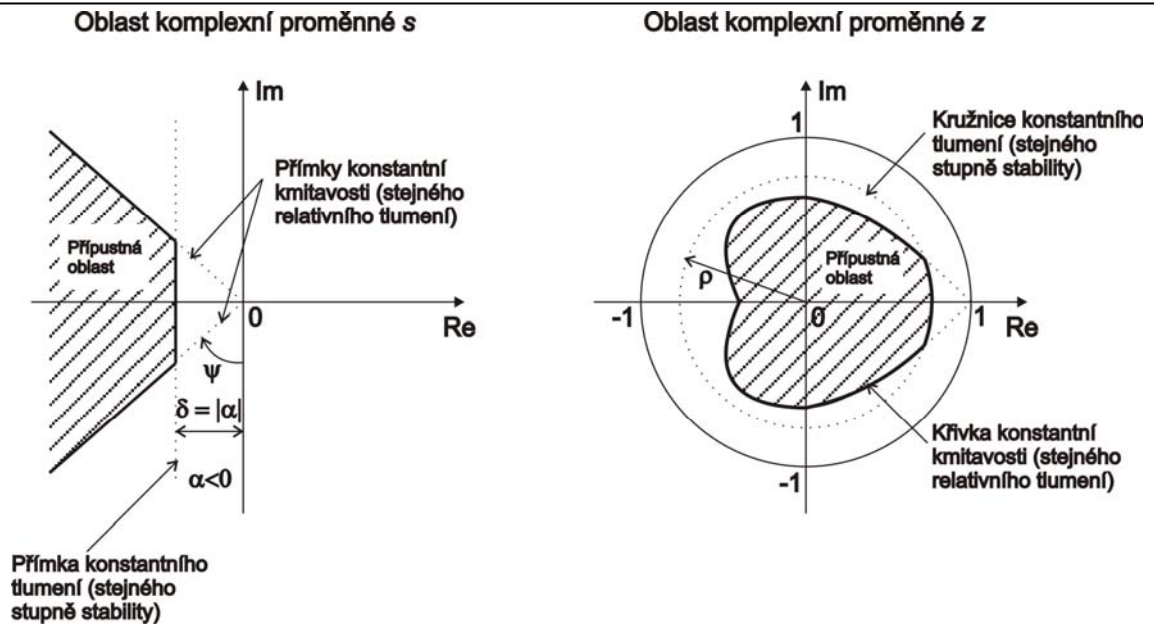
Obr. 7.15 Závislost trvalých regulačních odchylek způsobených žádanou veličinou w na stupni astatismu q a stupni žádané veličiny i

7.2 Oblast komplexní proměnné

V případě posuzování kvality regulace v oblasti komplexní proměnné z sledujeme rozmístění pólů přenosu řízení $G_{wy}(z)$.

$$G_{wy}(z) = \frac{b_m z^m + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + \dots + a_1 z + a_0} \tag{7.31}$$

Základním předpokladem v takovémto případě je, že regulační obvod je stabilní. Tedy v případě diskretních regulačních obvodů bude velikost všech kořenů charakteristického mnohočlenu menší než 1, resp. stabilní oblast u diskretních regulačních obvodů je uvnitř jednotkové kružnice v oblasti komplexní proměnné z .



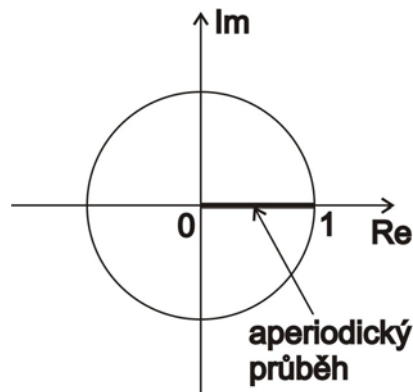
Obr. 7. 16 Srovnání rozložení pólů spojitých a diskrétních regulačních obvodů

Na obr. 7. 16 je znázorněno srovnání rozložení pólů spojitých regulačních obvodů v oblasti komplexní proměnné s a diskrétních regulačních obvodů v oblasti komplexní proměnné z .

Dle obr. 7. 16 můžeme říci, že:

Póly, které v přípustné oblasti leží nejbližší hranici přípustné oblasti, jsou dominantní.

Požadujeme-li nekmitavý (aperiodický) průběh regulačního pochodu, musí póly být reálné z intervalu $\langle 0;1 \rangle$ dle obr. 7. 17 (viz tab. 6. 1).



Obr. 7. 17 Oblast vymezená pro aperiodický průběh

V případě roviny s výsledný relativní překmit κ určují dvě přímky konstantní kmitavosti se stejným relativním tlumením, které svírají úhel ψ (obr. 7. 16), výraz δ (obr. 7. 16) vyjadřuje míru stability (stupeň stability), resp. rychlost odezvy regulačního obvodu, který ovlivňuje dobu regulace danou vztahem

$$t_r = (3 \div 4) \frac{1}{\delta} \quad (7.32)$$

Z obr. 7. 16 je zřejmé, že dle požadavku na kvalitu regulace je možné v rovině s a v rovině z vymežit určitou přípustnou oblast ovlivněnou dobou regulace t_r a maximálním překmitem κ . **Připustná oblast** je vymezena

$$\text{rovina } s \begin{cases} \psi \geq \arcsin \xi \\ \delta \geq (3 \div 4) \frac{1}{t_r} \end{cases} \quad (7.33)$$

$$\text{rovina } z \begin{cases} \rho \leq e^{-|\alpha|T}; \\ \rho(\omega) \leq e^{-\frac{|\omega|T}{\text{tg}\psi}} \\ \varphi(\omega) = \omega T \end{cases} \quad \text{tg}\psi = \frac{\omega}{|\alpha|} \Rightarrow |\alpha| = \frac{\omega}{\text{tg}\psi} \quad (7.34)$$

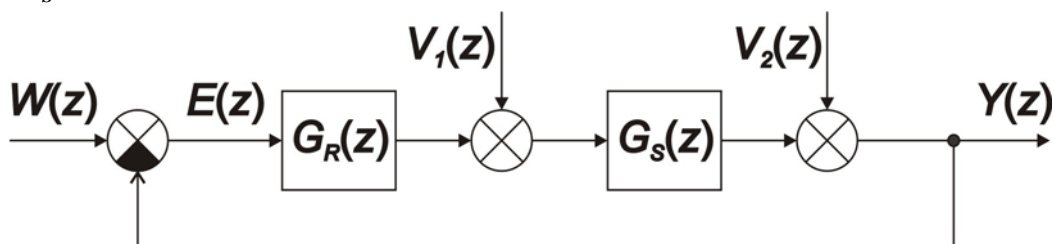
$$-\frac{\pi}{2} \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}$$

Vztahy (7.34) vyplývají z transformace komplexní roviny s do komplexní roviny z dané vztahem $z = e^{sT}$.

7.3 Řešené příklady

Příklad 7.1

Určete trvalou regulační odchylku žádané veličiny a poruchové veličiny (porucha v_1 vstupuje před soustavou, porucha v_2 vstupuje za soustavou) pro regulační obvod s diskretním regulátorem typu P s přenosem $G_R(z) = k_p$ a soustavou danou přenosem $G_S(s) = \frac{k_1}{s}$. Regulační odchylky určete pro všechny typy testovacích signálů.



Obr. 7.18 Diskretní regulační obvod (porucha vstupující před a za soustavou)

Řešení:

Provedeme diskretizaci soustavy (tab. 1.2).

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{G_S(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}$$

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{k_1}{s^2} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}$$

$$G_S(z) = k_1 \cdot \frac{z-1}{z} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{k_1 T}{(z-1)}$$

Nyní určíme odchylkový přenos řízení.

$$G_{we}(z) = \frac{1}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{1}{1 + \frac{k_p k_1 T}{(z-1)}} = \frac{1}{(z-1) + k_p k_1 T} = \frac{(z-1)}{(z-1) + k_p k_1 T}$$

Trvalá regulační odchylka pro žádanou veličinu pro tři testovací signály:

1. Skok polohy

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{(z-1)}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{z w_0}{(z-1)} \right] = \underline{\underline{0}}$$

2. Skok rychlosti

$$\begin{aligned} e_w(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{(z-1)}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{T z w_1}{(z-1)^2} \right] = \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{T z w_1}{(z-1) + k_p k_1 T} \right] = \underline{\underline{\frac{w_1}{k_p k_1}}} \end{aligned}$$

3. Skok zrychlení

$$\begin{aligned} e_w(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{(z-1)}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{T^2 z(z+1) w_2}{(z-1)^3} \right] = \\ &= \underline{\underline{\infty}} \end{aligned}$$

Pro $q=1$ výsledky odpovídají vztahům (7. 30).**Trvalá regulační odchylka pro poruchovou veličinu:**a) Porucha v_2 vstupuje za soustavou

Trvalé regulační odchylky $e_{v_2}(\infty)$ jsou podobné jako $e_w(\infty)$, ale s opačným znaménkem, protože $G_{v_2e}(z) = -G_{we}(z) = \frac{-1}{1 + G_R(z)G_S(z)}$, tj.

$$e_{v_2}(\infty) = 0 \text{ pro } v_2(kT) = v_{20} \cdot \eta(kT)$$

$$e_{v_2}(\infty) = -\frac{v_{21}}{k_p k_1} \text{ pro } v_2(kT) = v_{21} \cdot kT \cdot \eta(kT)$$

$$e_{v_2}(\infty) = -\infty \text{ pro } v_2(kT) = v_{22} \cdot (kT)^2 \cdot \eta(kT)$$

b) Porucha v_1 vstupuje před soustavou

Nyní určíme odchylkový přenos poruchy.

$$G_{v_1e}(z) = \frac{-G_S(z)}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{-\frac{k_1 T}{(z-1)}}{(z-1) + k_p k_1 T} = \frac{-k_1 T}{(z-1) + k_p k_1 T}$$

1. Skok polohy

$$\begin{aligned} e_{v_1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v_1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] = \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] = \underline{\underline{-\frac{v_{10}}{k_p}}} \end{aligned}$$

2. Skok rychlosti

$$\begin{aligned} e_{v_1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v_1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{T z v_{11}}{(z-1)^2} \right] = \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{-k_1 T^2 z v_{11}^2}{[(z-1) + k_p k_1 T] \cdot (z-1)} \right] = \underline{\underline{-\infty}} \end{aligned}$$

3. Skok zrychlení

$$e_{v_1}(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{ve}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T}{(z-1) + k_p k_1 T} \cdot \frac{T^2 z(z+1)v_{12}}{(z-1)^3} \right] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{-2k_1 T^3 z(z+1)v_{12}^2}{[(z-1) + k_p k_1 T] \cdot (z-1)^2} \right] = -\infty$$

Vidíme, že $e_{v_1}(\infty) \neq 0$ již pro skok polohy. Z toho vyplývá, že je vhodné použít místo regulátoru typu P regulátor typu PS.

Příklad 7.2

Určete trvalou regulační odchylku žádané veličiny a poruchové veličiny (porucha v_1 vstupuje před soustavou) pro regulační obvod s diskretním regulátorem typu PS s přenosem $G_R(z) = k_p \left(1 + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1} \right)$ a soustavou danou přenosem $G_S(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}$. Regulační odchylky určete pro všechny typy testovacích signálů.

Řešení:

Provedeme diskretizaci soustavy (tab. 1. 2).

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{G_S(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}$$

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}$$

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{\frac{k_1}{T_1}}{s \left(s + \frac{1}{T_1} \right)} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}$$

$$G_S(z) = k_1 \cdot \frac{z-1}{z} \cdot \frac{(1-c)z}{(z-1)(z-c)}; \quad c = e^{-aT}$$

$$G_S(z) = k_1 \cdot \frac{(1-c)}{(z-c)} = k_1 \cdot \frac{(1 - e^{-T/T_1})}{(z - e^{-T/T_1})}$$

Upravíme přenos regulátoru.

$$G_R(z) = k_p \left(1 + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1} \right) = k_p \left(\frac{T_I(z-1) + Tz}{T_I(z-1)} \right)$$

Nyní určíme odchylkový přenos řízení.

$$G_{we}(z) = \frac{1}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{1}{1 + \frac{k_p T_I(z-1) + k_p Tz}{T_I(z-1)} \cdot \frac{k_1(1-c)}{(z-c)}} =$$

$$= \frac{T_I(z-1)(z-c)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)}$$

Trvalá regulační odchylka pro žádanou veličinu pro tři testovací signály:

1. Skok polohy

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{T_I(z-1)(z-c)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} \cdot \frac{z w_0}{(z-1)} \right] = 0$$

2. Skok rychlosti

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{T_I(z-1)(z-c)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} \cdot \frac{Tz w_1}{(z-1)^2} \right] =$$

$$= \frac{T_I T (1-c) w_1}{T k_p k_1 (1-c)} = \underline{\underline{\frac{T_I w_1}{k_p k_1}}}$$

3. Skok zrychlení

$$e_w(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{T_I(z-1)(z-c)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} \cdot \frac{T^2 z(z+1) w_2}{(z-1)^3} \right] =$$

$$= \underline{\underline{\infty}}$$

Trvalá regulační odchylka pro poruchovou veličinu (porucha v_1 vstupuje před soustavou):

Nyní určíme odchylkový přenos poruchy.

$$G_{v1e}(z) = \frac{-G_S(z)}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{-\frac{k_1(1-c)}{(z-c)}}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} =$$

$$= \frac{-T_I k_1 (1-c) (z-1)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)}$$

1. Skok polohy

$$e_{v1}(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-T_I k_1 (1-c) (z-1)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] = 0$$

2. Skok rychlosti

$$e_{v1}(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot \frac{Tz v_{11}}{(z-1)^2} \right] =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-T_I k_1 (1-c) (z-1)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p Tz] \cdot k_1(1-c)} \cdot \frac{Tz v_{11}}{(z-1)^2} \right] =$$

$$= \underline{\underline{-\frac{T_I v_{11}}{k_p}}}$$

3. Skok zrychlení

$$\begin{aligned}
 e_{v_1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v_1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v_1e}(z) \cdot \frac{T^2 z(z+1)v_{12}}{(z-1)^3} \right] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-T_I k_1 (1-c)(z-1)}{T_I(z-1)(z-c) + [k_p T_I(z-1) + k_p T z] \cdot k_1 (1-c)} \cdot \frac{T^2 z(z+1)v_{12}}{(z-1)^3} \right] \\
 &= \underline{\underline{-\infty}}
 \end{aligned}$$

Je vidět, že u proporcionální soustavy je regulační odchylka způsobená poruchovou ve tvaru skoku polohy vstupující před soustavou nulová, na rozdíl od příkladu 7.1, kde byla integrační regulovaná soustava.

Příklad 7.3

Určete trvalou regulační odchylku žádané veličiny a poruchové veličiny (porucha v_1 vstupuje před soustavou) pro regulační obvod s diskretním regulátorem typu PD s přenosem $G_R(z) = k_p \left(1 + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z} \right)$ a soustavou danou přenosem $G_S(s) = \frac{k_1}{s^2}$. Regulační odchylky určete pro všechny typy testovacích signálů.

Řešení:

Provedeme diskretizaci soustavy (tab. 1. 2).

$$\begin{aligned}
 G_S(z) &= \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{G_S(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right\} \\
 G_S(z) &= \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{k_1}{s^3} \right\} \Big|_{t=kT} \right\} \\
 G_S(z) &= k_1 \cdot \frac{z-1}{z} \cdot \frac{T^2}{2} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^3} = \underline{\underline{\frac{k_1 T^2 (z+1)}{2(z-1)^2}}}
 \end{aligned}$$

Upravíme přenos regulátoru.

$$G_R(z) = k_p \left(1 + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{(z-1)}{z} \right) = \underline{\underline{k_p \left(\frac{Tz + T_D(z-1)}{Tz} \right)}}$$

Nyní určíme odchylkový přenos řízení.

$$\begin{aligned}
 G_{we}(z) &= \frac{1}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{1}{1 + \frac{k_p Tz + k_p T_D(z-1)}{Tz} \cdot \frac{k_1 T^2 (z+1)}{2(z-1)^2}} = \\
 &= \underline{\underline{\frac{2Tz(z-1)^2}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2 (z+1)}}}
 \end{aligned}$$

Trvalá regulační odchylka pro žádanou veličinu pro tři testovací signály:

1. Skok polohy

$$\begin{aligned}
 e_w(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{2Tz(z-1)^2}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2 (z+1)} \cdot \frac{zw_0}{(z-1)} \right] = \underline{\underline{0}}
 \end{aligned}$$

2. Skok rychlosti

$$\begin{aligned}
 e_w(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{2Tz(z-1)^2}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} \cdot \frac{Tz w_1}{(z-1)^2} \right] = 0
 \end{aligned}$$

3. Skok zrychlení

$$\begin{aligned}
 e_w(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{we}(z) \cdot W(z)] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{2Tz(z-1)^2}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} \cdot \frac{T^2 z(z+1) w_2}{(z-1)^3} \right] = \frac{2w_2}{k_1 k_p}
 \end{aligned}$$

Trvalá regulační odchylka pro poruchovou veličinu (porucha v_1 vstupuje před soustavou):

Nyní určíme odchylkový přenos poruchy.

$$\begin{aligned}
 G_{v1e}(z) &= \frac{-G_S(z)}{1 + G_R(z)G_S(z)} = \frac{-\frac{k_1 T^2(z+1)}{2(z-1)^2}}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} = \\
 &= \frac{-k_1 T^3 z(z+1)}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)}
 \end{aligned}$$

1. Skok polohy

$$\begin{aligned}
 e_{v1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T^3 z(z+1)}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} \cdot \frac{z v_{10}}{(z-1)} \right] = -\frac{v_{10}}{k_p}
 \end{aligned}$$

2. Skok rychlosti

$$\begin{aligned}
 e_{v1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot \frac{Tz v_{11}}{(z-1)^2} \right] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T^3 z(z+1)}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} \cdot \frac{Tz v_{11}}{(z-1)^2} \right] = -\infty
 \end{aligned}$$

3. Skok zrychlení

$$\begin{aligned}
 e_{v1}(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot V(z)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot G_{v1e}(z) \cdot \frac{T^2 z(z+1) v_{12}}{(z-1)^3} \right] = \\
 &= \lim_{z \rightarrow 1} \left[(z-1) \cdot \frac{-k_1 T^3 z(z+1)}{2Tz(z-1)^2 + [k_p Tz + k_p T_D(z-1)] \cdot k_1 T^2(z+1)} \cdot \frac{T^2 z(z+1) v_{12}}{(z-1)^3} \right] = -\infty
 \end{aligned}$$